الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي **دورة: 2023**

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 02 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a=2023$ و $b=1444$

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 5

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد a^3+b^2+2 على 5

2) أ) بيّن أنّ: $b\equiv -1[5]$

ب) تحقّق أنّ العدد $b^{2024}-1$ يقبل القسمة على 5

3) أ) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $b^{2n}\equiv 1[5]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a+b^{2n}-bn\equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=5n-2$

1) احسب u_0 ، u_1 و u_2

2) أ) بيّن أنّ المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها.

ب) استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

3) بيّن أنّ العدد 2023 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثمّ استنتج رتبته.

4) تحقّق أنّ: $u_0+u_1+\cdots+u_{405}=410263$

5) (v_n) المتتالية الحسابية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول v_0 وأساسها r حيث: $v_3=13$ و $v_{10}=48$

أ) عيّن r أساس المتتالية (v_n) وحدّها الأول v_0

ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f'(x)=x(x-2)$

ب) استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$

ومتناقصة تماما على المجال $[0;2]$

جـ) شكّل جدول تغيّرات الدالة f

3) (T) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

تحقّق أنّ: $y=-x+\frac{1}{3}$ معادلة لـ (T)

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f(x)=\frac{1}{3}(x-3)x^2$

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$

جـ) استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل.

5) احسب $f(-2)$ ، $f(4)$ وارسم (T) و (C_f)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a=1945$ و $b=2024$

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 7

ب) بيّن أنّ: $a\equiv -1[7]$

2) استنتج أنّ العددين a^2 و b^2 متوافقان بترديد 7

3) بيّن أنّ العدد a^2+b^2-2 يقبل القسمة على 7

4) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $a^{2n}\equiv 1[7]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a^{2n}+bn+1\equiv 0[7]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $q=2$ و $u_2+u_3=60$

1) بيّن أنّ: $u_0=5$

2) عيّن قيمة الحدّ الذي رتبته 7

3) أ) عيّن عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}-u_n=5\times 2^n$

جـ) استنتج أنّ (u_n) متزايدة تماما.

4) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_0+u_1+\cdots+u_n=5\times 2^{n+1}-5$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

g الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-x^3+3x+2$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) أ) تحقق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $g'(x)=-3(x-1)(x+1)$

ب) استنتج أنّ الدّالة g متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$

ومتزايدة تماما على المجال $[-1;1]$

جـ) شكّل جدول تغيّرات الدّالة g

3) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x)=(2-x)(x+1)^2$

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$

جـ) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع حاملي محوري الإحداثيات.

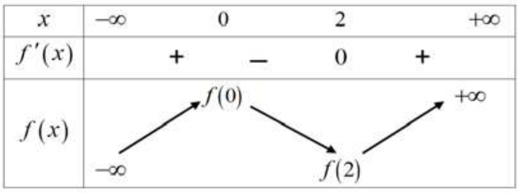
4) (T) المماس للمنحني (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0

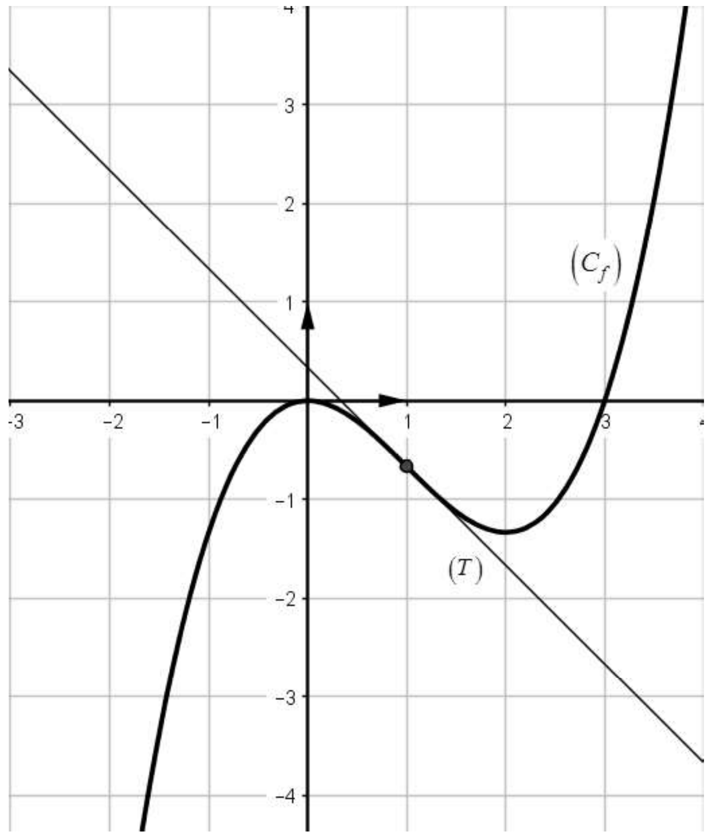
تحقّق أنّ: $y=3x+2$ معادلة لـ(T)

5) احسب $g(-2)$ ، $g(2)$ وارسم (T) و (C_g)

انتهى الموضوع الثاني

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
	التمرين الأول (06 نقاط)		
1	أ) باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 5 هو 3 باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 5 هو 4	2	3.5
	ب) باقي القسمة الإقليدية للعدد a^3+b^2+2 على 5 هو 0 $a^3\equiv 2[5]$ و $b^2\equiv 1[5]$ ، $a^3+b^2+2\equiv 0[5]$	3x0.5	
2	أ) تبيان أن $b\equiv -1[5]$ $b\equiv 4[5]$ إذن $b\equiv -1[5]$	0.5	1.5
	ب) التحقّق أنّ العدد $b^{2024}-1$ يقبل القسمة على 5 $b\equiv -1[5]$ ، $b^{2024}\equiv(-1)^{2024}[5]$ ، $b^{2024}-1\equiv 0[5]$	2x0.5	
3	أ) استنتاج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $b^{2n}\equiv 1[5]$ $b\equiv -1[5]$ ومنه $b^{2n}\equiv 1[5]$	0.5	1
	ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a+b^{2n}-bn\equiv 0[5]$ $n+4\equiv 0[5]$ ، $n=5k+1$ و k عدد طبيعي	2x0.25	
	التمرين الثاني (06 نقاط)		
1	$u_0=-2$ ، $u_1=3$ ، $u_2=8$	3x0.5	1.5
2	أ) تبيان أنّ (u_n) حسابية وتعيين أساسها r $u_{n+1}-u_n=5$ و $r=5$	2x0.5	1.5
	ب) استنتاج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) $r=5$ إذن (u_n) متزايدة تماما	0.5	

3	تبيان أنّ 2023 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثمّ استنتاج رتبته $u_n = 5n - 2$ تكافئ $n = 405$، رتبته 406	2x0.5	1
4	التحقّق أنّ: $u_0 + u_1 + \cdots + u_{405} = 410263$ $u_0 + u_1 + \cdots + u_{405} = \frac{406}{2}(-2+2023)$ ، $u_0 + u_1 + \cdots + u_{405} = 410263$	2x0.5	1
5	أ) تعيين r أساس المتتالية (v_n) وحدّها الأول v_0 $r = 5$ و $v_0 = -2$	2x0.25	1
	ب) تعيين عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n: $v_n = 5n - 2$	0.5	
	التمرين الثالث (08 نقاط)		
1	$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$	2X0.5	1
2	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f'(x) = x^2 - 2x$ من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f'(x) = x(x-2)$	0.75 0.25	3
	ب) إشارة $f'(x)$ x: $-\infty$ … 0 … 2 … $+\infty$ ؛ $f'(x)$: + 0 − 0 + الدالة f متزايدة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[0; 2]$	0.5 0.5	
	جـ) جدول التغيّرات 	1	
3	التحقّق أنّ: $y = -x + \frac{1}{3}$ معادلة لـ (T) $y = f'(1)(x-1) + f(1)$ و منه $y = -x + \frac{1}{3}$	2×0.5	1
4	أ) التحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)x^2$	0.5	1.5
	ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ $f(x) = 0$ تكافئ $x = 0$ أو $x = 3$	0.5	
	جـ) إحداثيي نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هما $(0;0)$ و $(3;0)$	2X0.25	

5	$f(4)=\frac{16}{3}$ ، $f(-2)=-\frac{20}{3}$ رسم (T) $\left(C_f\right)$ 	**2X0.25** **0.25** **0.75**	**1.5**

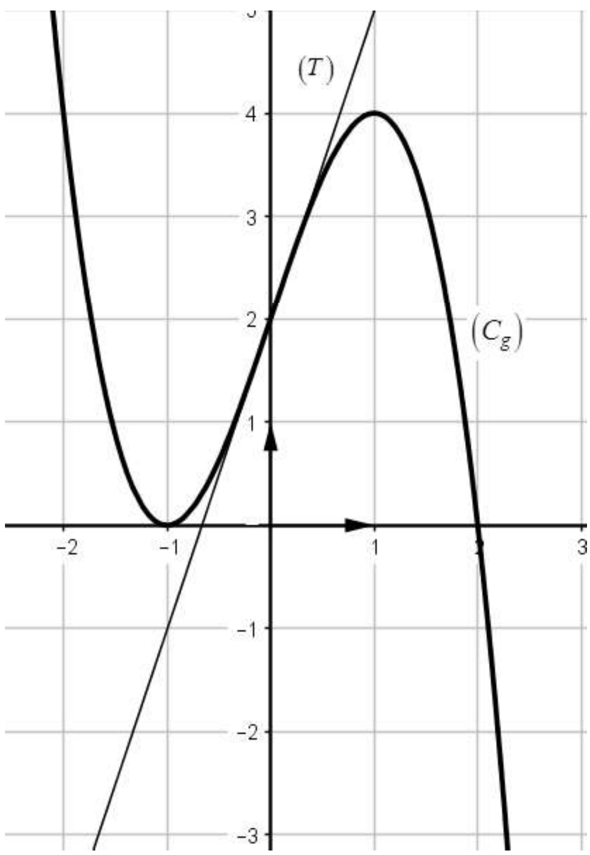
ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
	التمرين الأول (06 نقاط)		
1	أ) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 7 باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 6 باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 1	1 1	2.5
	ب) تبيان أنّ: $a \equiv -1[7]$ لدينا $a \equiv 6[7]$ ومنه $a \equiv 6-7[7]$ ، اذن $a \equiv -1[7]$	0.5	
2	استنتاج أنّ العددين a^2 و b^2 متوافقان بترديد 7 $a^2 \equiv 1[7]$ و $b^2 \equiv 1[7]$	2X0.75	1.5
3	تبيان أنّ العدد a^2+b^2-2 يقبل القسمة على 7 $a^2+b^2-2 \equiv 0[7]$	0.5	0.5
4	أ) تبيان أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $a^{2n} \equiv 1[7]$ لدينا $a \equiv -1[7]$ اذن من أجل كلّ عدد طبيعي n، $a^{2n} \equiv 1[7]$	0.5	1.5
	ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a^{2n}+bn+1 \equiv 0[7]$ $a^{2n}+bn+1 \equiv 0[7]$ تكافئ $1+n+1 \equiv 0[7]$ تكافئ $n \equiv 5[7]$ ومنه $n=7k+5$ حيث k عدد طبيعي	0.5 0.5	
	التمرين الثاني (06 نقاط)		
1	تبيان أنّ: $u_0=5$ $u_2+u_3=60$ تكافئ $u_0q^2+u_0q^3=60$ تكافئ $12u_0=60$ و منه $u_0=5$	0.5 0.5	1

2	الحدّ الذي رتبته 7 هو u_6 ، $u_6=320$	2x0.5	1
3	أ) تعيين عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n $u_n=u_0q^n$ ، $u_n=5\times 2^n$	2x0.5	3
	ب) تبيان أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=5\times 2^n$	1	
	جـ) استنتاج أنّ (u_n) متزايدة تماما من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $5\times 2^n>0$ اذن (u_n) متزايدة تماما.	1	
4	تبيان أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_0+u_1+\cdots+u_n=5\times 2^{n+1}-5$ $u_0+u_1+\cdots+u_n=u_0\frac{q^{n+1}-1}{q-1}$ ، $u_0+u_1+\cdots+u_n=5\times 2^{n+1}-5$	2x0.5	1
	التمرين الثالث (08 نقاط)		
1	$\lim_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$	2x0.5	1
2	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x)=-3x^2+3$ و $g'(x)=-3(x-1)(x+1)$	2x0.5	3
	ب) إشارة $g'(x)$ الدّالة g متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $[-1;1]$	0.5 0.5	
	جـ) جدول التغيّرات	1	

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

3	أ) التحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x)=(2-x)(x+1)^2$	0.5	1.75
	ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$ $g(x)=0$ تكافئ $x=-1$ أو $x=2$	0.5	
	جـ) تعيين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع حاملي محوري الإحداثيات. $(2;0)$ ، $(-1;0)$ ، $(0;2)$	3x0.25	

4	التحقّق أنّ: $y = 3x+2$ معادلة لـ (T) $y = g'(0)(x-0)+g(0)$ و منه $y = 3x+2$	2x0.5	1
5	$g(2)=0$ ، $g(-2)=4$ رسم (T) (C_g)  	2x0.25 0.25 0.5	1.25

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط

الموقع الأول لتحضير الفروض والاختبارات في الجزائر

https://www.dzexams.com

https://www.dzexams.com/ar/0ap	القسم التحضيري
https://www.dzexams.com/ar/1ap	السنة الأولى ابتدائي
https://www.dzexams.com/ar/2ap	السنة الثانية ابتدائي
https://www.dzexams.com/ar/3ap	السنة الثالثة ابتدائي
https://www.dzexams.com/ar/4ap	السنة الرابعة ابتدائي
https://www.dzexams.com/ar/5ap	السنة الخامسة ابتدائي
https://www.dzexams.com/ar/bep	شهادة التعليم الابتدائي
https://www.dzexams.com/ar/1am	السنة الأولى متوسط
https://www.dzexams.com/ar/2am	السنة الثانية متوسط
https://www.dzexams.com/ar/3am	السنة الثالثة متوسط
https://www.dzexams.com/ar/4am	السنة الرابعة متوسط
https://www.dzexams.com/ar/bem	شهادة التعليم المتوسط
https://www.dzexams.com/ar/1as	السنة الأولى ثانوي
https://www.dzexams.com/ar/2as	السنة الثانية ثانوي
https://www.dzexams.com/ar/3as	السنة الثالثة ثانوي
https://www.dzexams.com/ar/bac	شهادة البكالوريا